1. GİRİŞ ve TEMEL KAVRAMLAR

1.1 Giriş

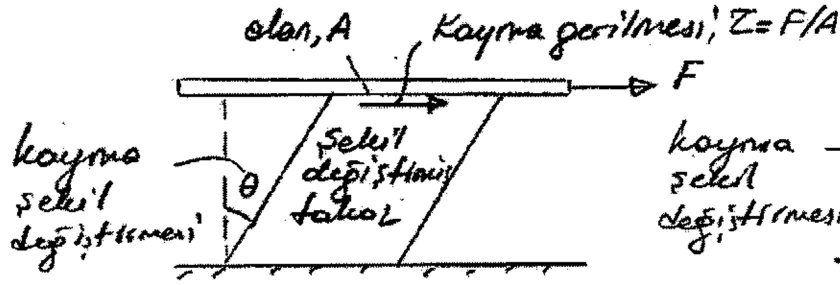
Akışkanlar mekaniği; durağan haldeki (hidrostatik) ve hareket halindeki akışkanların (akış. dinamiği) davranışı, ayrıca akışkanların diğer akışkanlar ve katılar ile oluşturdukları sınırlardaki etkileşimleri inceleyen bir bilim dalıdır.

- Akışkanlar mekaniği
  - Akışkanlar dinamiği
    - Hidrodinamik (sıvılar, su ve düşük hızlı gaz hareketi ile ilgilidir)
      - Hidrolik (boru ve açık kanallarda sıvı akışı ile ilgilidir)
      - Meteoroloji
      - Oşinografi
      - (.....)
    - Aerodinamik (uçak, roket, otomobil etrafındaki hava veya gaz hareketi ile ilgilenir)
  - Hidrostatik (gemiler, denizaltılar, basınç ölçme yönt. vb)

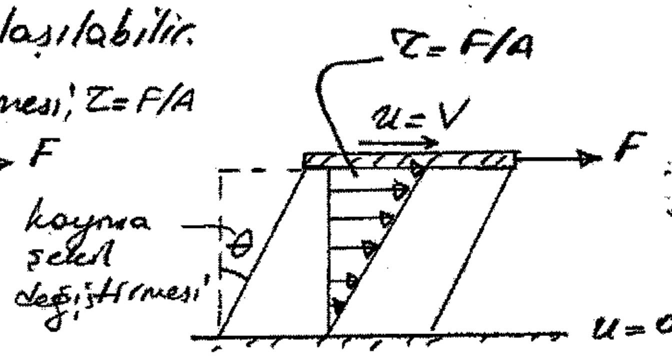
Günümüzde akışkanlar mekaniği; solunum, kan akışı, yüzme, pompalar, vantilatörler, türbinler, uçaklar, gemiler, nehirler, rüzgâr türbinleri, borular, füzeler, buzdağları, motorlar, filtreler, jetler gibi uygulamalarda kullanılan temel bir mühendislik konusudur.

1.2 Akışkan Kavramı

Sıvı ve gaz halindeki madde olarak bilinen akışkanın katı madde ile olan farkı üzerlerine uygulanan kayma gerilmesi veya teğetsel gerilmeye karşı göstermiş oldukları direnç ile anlaşılabilir.



a) sınırlı ölçüde şekil değiştiren katı takoz



b) τ kay. gerilmesinin etkisinde sınırsız ölçüde şekil değiştiren akışkan

Kayma gerilmesinin etkisindeki katı ve akışkan arasındaki davranış farkı şu sonucu verir;

* Katılarda kayma gerilmeleri şekil değiştirmeler ile orantılıdır ($\tau \sim \theta$)

* Akışkanlarda kayma gerilmeleri şekil değiştirme hızı (şekil değiştirme değil!) ile orantılıdır ($\tau \sim d\theta/dt$)

Akışkan için olan bu tanımdan, duran bir akışkanın kayma gerilmesi taşımadığı ve dolayısıyla durgun haldeki akışkana kayma gerilmesinin etkimeyeceği sonucu elde edilir.

Pratikte yaygın olarak kullanılan sıvılar; su, yağ, civa, benzin, alkol iken gazlar ise; hava, buhar, hidrojen ve helyumdur.

1.3 Boyutlar ve Birimler

* Bir fiziksel büyüklüğün nicel olarak ifade edildiği ölçüye "boyut" adı verilir.

Akışkanlar mekaniğinde kütle $\{M\}$, uzunluk $\{L\}$, zaman $\{T\}$ ve sıcaklık $\{\theta\}$ olmak üzere dört ana boyut vardır. Diğer ikincil boyutlar ana boyutlar kullanılarak ifade edilir. Örneğin; kuvvet $\{MLT^{-2}\}$ boyutuna sahiptir.

* Birim; nicel boyutu sayı ile göstermenin özel bir yoludur.

Günümüzde yapılmış olan uluslararası bir anlaşmaya rağmen kullanılan birim sistemleri ülkeden ülkeye değişmektedir.

Birim sistemleri
- → Uluslararası birim sistemi (SI)
- → İngiliz birim sistemi (BG)

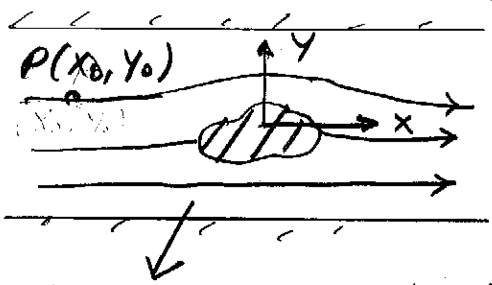
Ders kapsamında yaygın olarak kullanılan SI birimleri kullanılacaktır.

SI ve BG birim sistemlerindeki ana ve bazı ikincil boyutlar

Ana/İkincil Boyut	SI Sistemi	BG Sistemi	Dönüşüm
Kütle $\{M\}$	Kilogram (kg)	Slug	1 Slug = 14,5939 kg
Uzunluk $\{L\}$	Metre (m)	Ayak (ft)	1 ft = 0,3048 m
Zaman $\{T\}$	Saniye (s)	Saniye (s)	1 s = 1 s
Sıcaklık $\{\theta\}$	Kelvin (K)	Rankine (°R)	1 K = 1,8 °R
Alan $\{L^2\}$	m^2	ft^2	--
Hız $\{LT^{-1}\}$	m/s	ft/s	1 ft/s = 0,3048 m/s
Basınç veya gerilme $\{ML^{-1}T^{-2}\}$	$Pa = N/m^2$	lbf/ft^2	--
Enerji $\{ML^2T^{-2}\}$	J = N.m	ft.lbf	--
Viskozite $\{ML^{-1}T^{-1}\}$	kg/(m.s)	slugs/(ft.s)	--

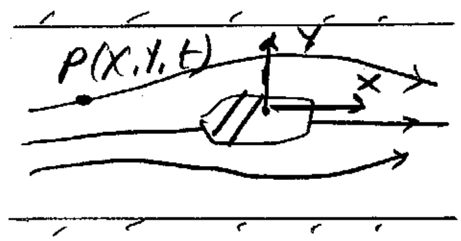
1.4 Hız Alanının Özellikleri

Mekanik problemlerinin analizinde "Lagrange" ve "Euler" tanımlama yöntemleri kullanılır. Katı cisim mekaniğine uygun olan Lagrange tanımlama yönteminde hareketli parçacığın izlenmesi esas alınırken; Euler yönteminde bir akış alanı göz önüne alınır ve akış alanındaki parçacıkların hareketleri süresince uğradıkları hız, basınç değişimleri hesaplanır. Akışkanlar mekaniğine uygun olanı Euler yöntemidir.



Lagrange yöntemi

$X = X_p(x_0, y_0, t)$



Euler yöntemi

$u = u(x, y, t)$; $v = v(x, y, t)$

Hız alanı: Akış özellikleri arasında en önemlisi $\vec{V}(x, y, z, t)$ hız alanıdır. Hız; kartezyen koordinat sisteminde u, v, w bileşenleri ile konum ve zamanın bir fonksiyonu olarak yazılır:

$$\vec{V} = u(x,y,z,t)\,\vec{i} + v(x,y,z,t)\,\vec{j} + w(x,y,z,t)\,\vec{k} \quad (1.$$

Akış alanını tanımlayan birçok diğer büyüklük hız alanından türetilebilir. Örneğin;

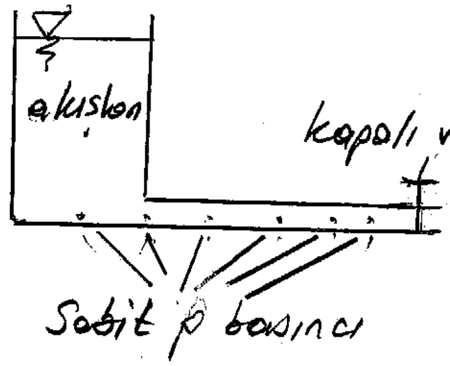
İvme: $\vec{a} = \dfrac{d\vec{V}}{dt}$

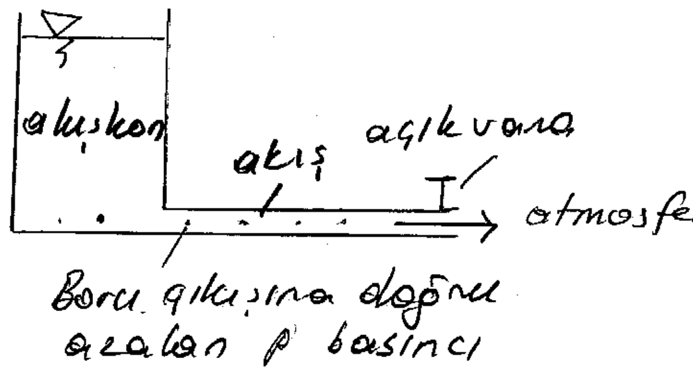
Hacimsel debi: $\dot{V} = \int_A (\vec{V}\cdot\vec{n})\, dA$

Kuvvet: $\vec{F} = \int_A \rho \vec{V} (\vec{V}\cdot\vec{n})\, dA$

1.5 Akışkanların Özellikleri

Basınç: Duran bir akışkanın bir noktasındaki basma gerilmesi olarak tanımlanabilir. Bir boru içerisindeki akışta ise basınç hız alanının bir fonksiyonu olarak değişir. "p" ile gösterilir.





Basıncın bir kuvvet olmadığı ve ancak bir yüzey üzerindeki dağılımının kuvvete neden olduğu bilinmelidir.

Sıcaklık: Akışkanın iç enerji seviyesinin bir ölçüsüdür. Yüksek sıcaklık farklarında akış alanı sıcaklıktan etkilenebilir. Düşük sıcaklık farklarında akış alanı hesabında göz önüne alınmaz. "T" ile gösterilir.

Yoğunluk: Birim hacmindeki kütle miktarı olup, "ρ" ile gösterilir. Gazlarda değişken bir değer alır, sıvılarda hemen hemen sabittir. Su için genellikle 998 kg/m³ değeri kullanılır. "BY" ile gösterilen bağıl yoğunluk ise bir akışkanın yoğunluğunun standart referans kabul edilen bir akışkanın yoğunluğuna (sıvılar için su, gazlar için hava) oranıdır.

$$BY_{gaz} = \frac{\rho_{gaz}}{\rho_{hava}} \quad ; \quad BY_{sıvı} = \frac{\rho_{sıvı}}{\rho_{su}} \qquad (1.2)$$

Gazların Hal Denklemleri: Yüksek sıcaklık ve düşük basınçtaki gazlar için hal denklemi:

$$p = \rho R T \quad ; \quad R = c_p - c_v \qquad (1.3)$$

Buradaki R gaz sabiti olup, her gaz için farklı bir değer alır. Evrensel gaz sabitinin (Λ veya R_u) molekül ağırlığına bölünmesi ile elde edilir.

$$R_{gaz} = \frac{\Lambda (R_u)}{M_{gaz}} \qquad (1.4)$$

Evrensel gaz sabiti $\Lambda = 8{,}314$ J/kmol·K değerindedir.
Hava için $M_{gaz} = 28.97$ kg/kmol

$$R_{hava} = 8314/28.97 = 287 \; m^2/(s^2 K) \qquad (1.5)$$

değeri kullanılır. Termodinamikten de bilindiği gibi:

$$c_v = \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial T}\right)_\rho = \frac{d\hat{u}}{dt} = c_v(T) \quad \text{veya}$$

$$d\hat{u} = c_v(T)\, dT \qquad (1.6)$$

Benzer şekilde ideal gazlar için entalpi (h) ve c_p de sadece sıcaklığa bağlı olarak değişir.

$$h = \hat{u} + P/\rho = \hat{u} + RT = h(T)$$

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = \frac{dh}{dT} = c_p(T) \; ; \; dh = c_p(T)\, dT \qquad (1.7)$$

Öte yandan sıkıştırılabilir akışta özgül ısılar oranı önemli bir parametre olarak kullanılır.

$$k = \frac{c_p}{c_v} = k(T) \geq 1 \qquad (1.8)$$

Hava için olan akışlarda bu değerler genellikle sabit olarak kabul edilir ve şu değerleri alır.

$$k_{hava} = 1.4$$

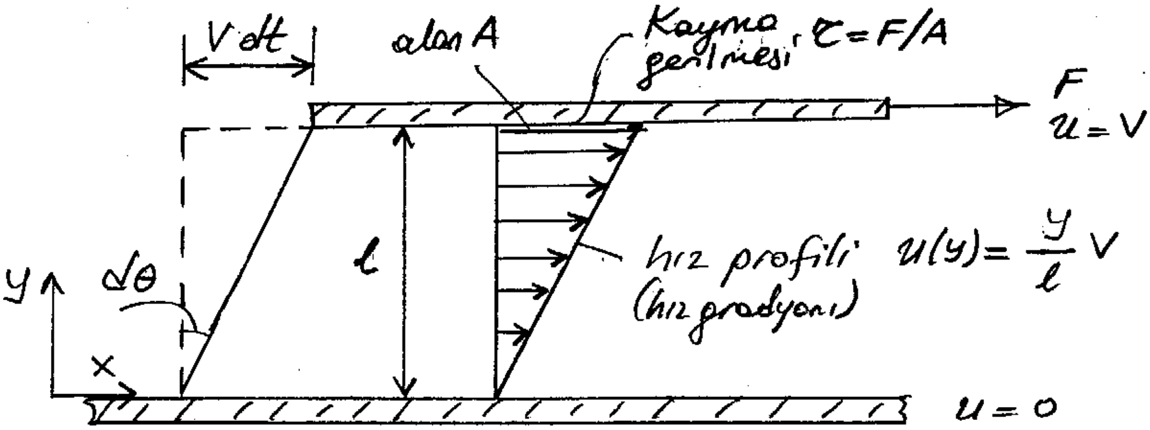
$$c_v = \frac{R}{k-1} = 718 \; m^2/(s^2 K) \qquad (1.9)$$

$$c_p = kR/(k-1) = 1005 \; m^2/(s^2 K)$$

Viskozite:

Hava, su ve bataklık içerisinde hareket edebilme arasında ortaya çıkan farklılık "viskozite" adı verilen bir akışkan özelliğinden kaynaklanır. Diğer bir benzetme ile; akan bir akışkanın bir cisme akış yönünde uyguladığı kuvvet direnç kuvveti olarak bilinir ve bu kuvvetin büyüklüğü kısmen (diğer büyüklüklere de bağlıdır) viskoziteye bağlıdır.

Viskozite özelliği ve direnç arasında fiziksel bir bağıntı elde etmek üzere, aralarında ℓ kadar mesafe bulunan iki geniş plaka arasındaki akışkan tabakası göz önüne alınacaktır. Üstteki plakanın F kuvveti ve V hızı ile dt süresinde sağa getirilmesi durumunda ortaya çıkan değişimler şematik olarak belirlenebilir:



Üstteki plakaya yapışarak $u=V$ hızı ile hareket eden akışkan ile alttaki plakaya yapışarak duran akışkan arasında doğrusal olarak değişen bir hız profili (laminer akışta) ortaya çıkar. Şekilden hız profili için:

$$u(y) = \frac{y}{\ell} \cdot V \Rightarrow \frac{du}{dy} = \frac{V}{\ell} \qquad (1.10)$$

yazılır. Öte yandan $d\theta$ kayma şekil değiştirmesi için

$$d\theta = \tan(d\theta) = \frac{V dt}{\ell} = \frac{du}{dy} \cdot dt$$

$$\Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{du}{dy} \qquad (1.11)$$

elde edilir. Buradaki $d\theta/dt$ birim zamandaki kayma şekil değiştirmesi olup, deformasyon (şekil değiştirme) hızı olarak adlandırılır. Öte yandan deneysel bulgular göstermektedir ki; deformasyon hızı (dolayısıyla du/dy hız gradyanı) doğrudan τ kayma gerilmesi ile orantılıdır.

$$\tau \sim \frac{d\theta}{dt} \quad \text{veya} \quad \tau \sim \frac{du}{dy} \qquad (1.12)$$

(1.11) ve (1.12)'nin birleştirilmesiyle:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (N/m^2) \qquad (1.13)$$

elde edilir. Buradaki orantı sabiti μ, akışkanın viskozite katsayısı veya dinamik viskozitesi olarak adlandırılır. Boyutu $\{M.L^{-1}T^{-1}\}$ olup, SI birim sisteminde birimi $kg/(ms)$ veya buna eşdeğer olan Ns/m^2 (Pa.s)'dir. Yaygın olarak kullanılan viskozite birimi 0,1 Pa.s'ye eşit olan "poise - Po" dır. (1.13) bağıntısına uygun davranan akışkanlara "Newton tipi akışkanlar" denir.

Dinamik viskozitenin yoğunluğa olan oranı ν ile gösterilen

$$\nu = \mu/\rho \qquad (1.14)$$

"kinematik viskozite" olarak adlandırılır. ν'nün birimleri (m^2/s) ya da "stoke" tur ($1\,stoke = 1\,cm^2/s = 0{,}0001\,m^2/s$).

Bazı akışkanlar için 1 atm ve 20°C'daki viskozite değerleri

Akışkan	μ (kg/(ms))	ρ (kg/m^3)	ν (m^2/s)
Hidrogen	0,0000088	0,084	0,000105
Hava	0,000018	1,20	0,0000151
Benzin	0,00029	680	0,000000422
Su	0,001	998	0,00000101
Motor yağı			
SAE 10W	0,1	---	---
SAE 10W30	0,17	---	--
SAE 30	0,29	891	0,000325
SAE 50	0,86	--	--
Gliserin	1,5	1264	0,00118

Sıvıların viskoziteleri sıcaklık ile azalırken, gazlarınki az da olsa artar. Pratik olarak sıvıların viskozitesi basınca bağlı değildir. Gazların kinematik viskozitesi ise yoğunluk değişimi nedeniyle basınca bağlıdır.

1.6 Temel Akış Analiz Teknikleri:

Akışkanlar mekaniğinde üç temel analiz yolu vardır.

1- Denetim hacmi (integral analiz)

2- Sonsuz küçük sistem (diferansiyel analiz)

3- Deneysel çalışma (boyut analizi ve benzerlik)

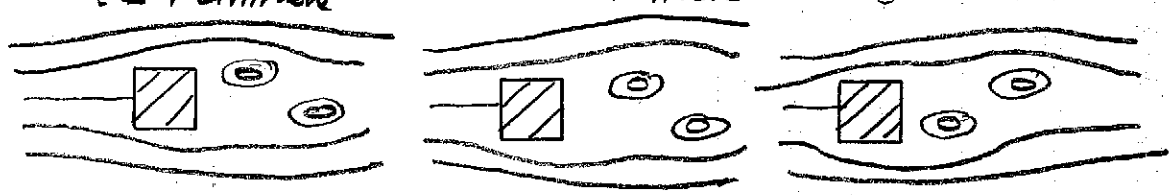
Bu yaklaşımlar dersin sonraki bölümlerinde detaylı olarak ele alınacaktır. Öte yandan ilk iki analizde; kütlenin korunumu, doğrusal momentumun korunumu, termodinamiğin birinci yasası, hal denklemi ve probleme ait sınır koşulları yerine göre kullanılır.

1.7 Akış Biçimleri:

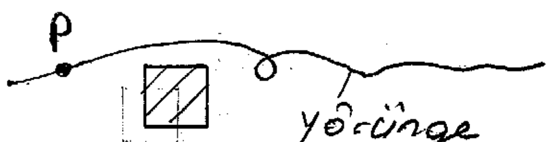
Akışkan hareketini görsel olarak ifade edebilmek için çeşitli yöntemler kullanılabilir. Bunlar:

1- Akım çizgisi
2- Yörünge
3- Çıkış çizgisi
4- Zaman çizgisi

kullanılarak yapılır. Akım çizgisi herhangi bir anda akış alanında hız vektörüne teğet olan çizgi olup, bu tanımdan farklı anlarda farklı akım çizgilerinin ortaya çıkacağı anlaşılır.



Üç farklı anda ortaya çıkan akım çizgisi görüntüsü içerisinde yer alan bir akışkan parçacığının izleyeceği yol olan "yörünge" ise tahminen şekildeki görüntüye sahip olacaktır.



Doğal olarak daimi bir akışta (zamanla değişmeyen) akım çizgisi ile yörünge çakışır.

Akım çizgileri hız vektörüne hep teğet oldukları akım çizgisi üzerindeki elemanter bir dr uzunluğuna ait yer vektörü ile hız vektörü arasındaki açı sıfırdır. Bu durumda vektörel çarpım için

$$\vec{V} \times d\vec{r} = 0 \qquad (1.15)$$

yazılır. Her iki vektörün çarpımı ile:

$$\vec{V} \times d\vec{r} = (u\vec{i}+v\vec{j}+w\vec{k}) \times (dx\,\vec{i}+dy\,\vec{j}+dz\,\vec{k}) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u & v & w \\ dx & dy & dz \end{vmatrix} = (w\,dy - v\,dz)\vec{i} + (u\,dz - w\,dx)\vec{j} + (v\,dx - u\,dy)\vec{k} = 0$$

Bu durumda:

$$\left.\begin{aligned} w\,dy - v\,dz &= 0 \\ u\,dz - w\,dx &= 0 \\ v\,dx - u\,dy &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} = \frac{dr}{V} \qquad (1.16)$$

elde edilir. Verilen bir hız alanı için (1.16) yardımıyla akım çizgilerinin denklemi elde edilebilir.

Örnek: Daimi, sıkıştırılamaz, iki boyutlu bir hız alanı $\vec{V} = (0,5+0,8x)\vec{i} + (1.5-0,8y)\vec{j}$ şeklindedir. Bu akışa ait birinci bölgede $(X>0, Y>0)$ birkaç akım çizgisini çiziniz.

Çözüm: $u = 0,5+0,8X$ ve $v = 1.5-0,8Y$ olduğundan:

$$\frac{dx}{0,5+0,8X} = \frac{dy}{1,5-0,8Y} \Rightarrow \int \frac{dx}{0,5+0,8X} = \int \frac{dy}{1,5-0,8Y}$$

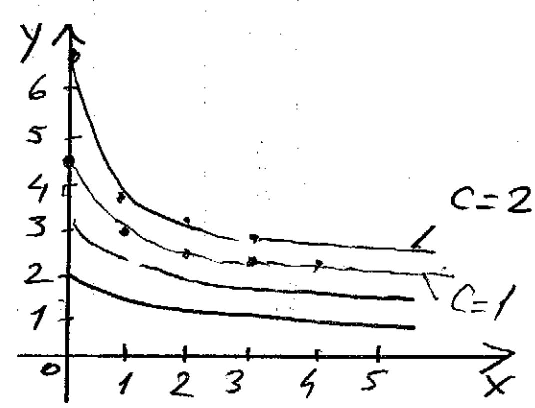
$$\Rightarrow \frac{1}{0,8}\ln(0,5+0,8X) + \frac{1}{0,8}\ln(1,5-0,8y) = \ln C_1$$

$$\Rightarrow \cancel{\ln}\left[(0,5+0,8X)\cdot(1,5-0,8Y)\right] = \cancel{\ln}\, C_1^{0,8} = C_2$$

$$(0,5+0,8X)(1.5-0,8Y) = C_2$$

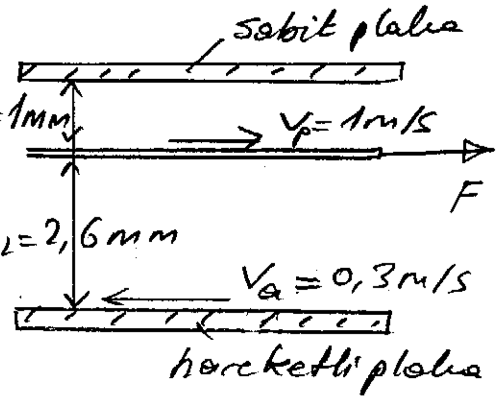
$$\Rightarrow 1,5-0,8Y = C_2 / (0,5+0,8X)$$

$$\Rightarrow \boxed{y = \frac{C}{0,8(0,5+0,8X)} + 1.875}$$



1.8 Örnek Problemler

1- 20 cm x 20 cm boyutlarındaki ince bir düz plaka, şekildeki gibi 3,6 mm kalınlığındaki bir yağ tabakası ile dolu iki paralel plaka arasında 1m/s hızla yatay olarak sağa doğru çekilmektedir. Üst plaka sabit, alttaki ise sola doğru 0,3 m/s hızla hareket etmektedir. Aradaki yağın dinamik viskozitesi 0,027 kg/(ms) olduğuna göre ve her bir yağ tabakasındaki hızın doğrusal değiştiği kabul edildiğine göre:

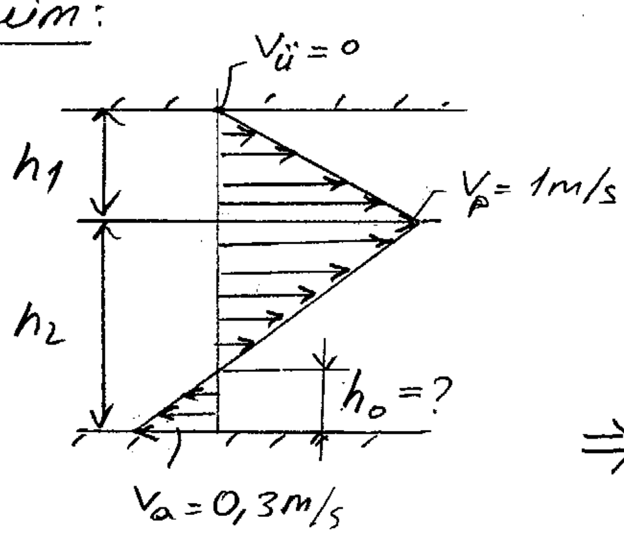


a) Her bir tabakadaki hız profilini çizerek yağ hızının sıfır olduğu konumu hesaplayınız

b) Bu hareket için uygulanan F kuvvetinin değerini hesaplayınız.

Çözüm:

a)



Alt kısma ait hız profilinde benzerlikten:

$$\frac{V_a}{h_0} = \frac{V_p}{(h_2-h_0)}$$

$$\Rightarrow \frac{0,3}{h_0} = \frac{1}{(0,0026-h_0)}$$

$$\Rightarrow h_0 = 0,3\times 0,0026 - 0,3\,h_0$$

$$\Rightarrow h_0 = 0,3\times 0,0026/1,3 \Rightarrow h_0 = 0,6\times 10^{-3}\,m$$

$$\Rightarrow \boxed{h_0 = 0,6\ mm}$$

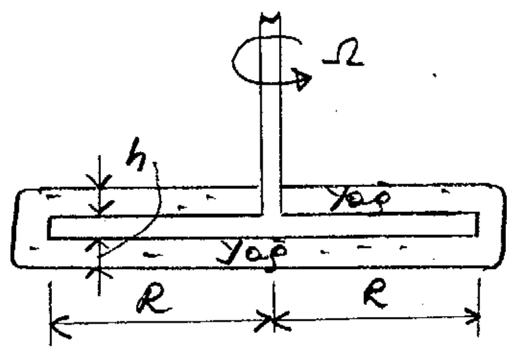
b) Aradaki hareketli plakaya uygulanan F kuvveti plakanın üst ve alt yüzeylerinde ortaya çıkan kayma gerilmelerinin neden olacağı sürtünme kuvvetiyle dengeleneceğinden:

$$F = (\tau_{üst} + \tau_{alt}) \cdot A \Rightarrow F = \mu\left[\frac{V_p}{h_1} + \frac{V_p}{(h_2-h_0)}\right]\cdot A$$

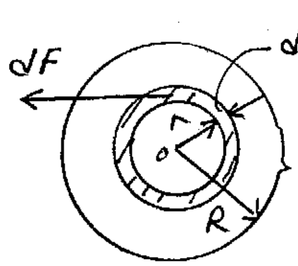
$$\Rightarrow F = 0{,}027\left(\frac{1}{0{,}001} + \frac{1}{0{,}002}\right) 0{,}2 \times 0{,}2$$

$$\Rightarrow \boxed{F = 1{,}62\ N}$$

2- R yarıçapındaki bir disk şekilde görüldüğü gibi μ viskozitesinde bir yağ ile dolu olan disk şekilli bir kabın içinde Ω açısal hızı ile dönmektedir. Aradaki hız dağılımının doğrusal olduğunu varsayarak ve diskin yan kenarlarındaki kayma gerilmelerini göz ardı ederek, disk üzerindeki sürtünme momenti için bir bağıntı türetiniz.



Çözüm: Diskin üzerindeki dr kalınlığındaki halka elemana etkiyen elementer dF sürtünme kuvveti için:



$$dF = \tau \cdot dA = \tau \cdot 2\pi r\, dr$$

yazılır. Bu kuvvetin oluşturacağı elementer dM momenti ise:

$$dM = r \cdot dF = r \cdot \tau \cdot 2\pi r\, dr$$

olarak yazılır. Aradaki hız dağılımının doğrusal olması nedeniyle τ kayma gerilmesi $\tau = \mu V/h$ olacağından bu değerin yerine yazılması ile:

$$dM = \mu \frac{V}{h} 2\pi r^2 dr$$

elde edilir. $V = \Omega r$'nin yerine yazılması ve integralin alınması ile diskin bir yüzüne gelen sürtünme momenti:

$$dM = \mu \frac{\Omega r}{h} \cdot 2\pi r^2 dr = \frac{2\pi \mu \Omega}{h} r^3 dr$$

$$\Rightarrow M_{üst} = \frac{2\pi \mu \Omega}{h} \int_0^R r^3 dr$$

$$\Rightarrow M_{üst} = \frac{\pi \mu \Omega R^4}{2h}$$

olarak elde edilir. Alt yüzeyden gelen aynı değerdeki momentin de eklenmesi ile toplam sürtünme momenti:

$$M = M_{üst} + M_{alt} \Rightarrow \boxed{M = \frac{\pi \mu \Omega R^4}{h}}$$

olarak elde edilir.